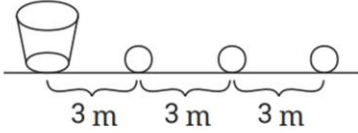




1 در یک مسابقه تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله‌ی ۳ متر از هم قرار دارند. فاصله‌ی توپ اول تا سبد ۳ متر است (شکل زیر). دنده‌ای باید از کنار سبد شروع کرده و هر توپ را برداشته و آن را تا سبد حمل کند و به سبد بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی برود و آن را تا سبد حمل کند و به داخل آن بیندازد. اگر این دنده مجموعاً ۹۱۸ متر دویده باشد، تعیین کنید او چند توپ در سبد انداخته است؟



2 مجموع همه‌ی عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۴ را به دست آورید.

3 مجموع ۱۰ جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی مقابل را به دست آورید:

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$$



۴) نمودار تابع $f(x) = ||x| - 2|$ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را هم به روش هندسی و هم به روش جبری، حل نمایید.

۵) نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 2x|$ را رسم کنید. سپس به دو روش هندسی و جبری معادله $|x^2 - 2x| = 2$ را حل نمایید.

۶) معادله‌های زیر را حل کنید.

الف

$$\frac{2-x}{|x-3|} = 1$$



7 با استفاده از تعیین علامت، ضابطه هر یک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدرمطلق بنویسید.

الف

$$f(x) = x|x|$$

ب

$$g(x) = |x^2 - 1|$$

پ

$$h(x) = |x - 1| + |x + 1|$$

8 اگر $f = \left\{ (-4, 13), (-1, 7), (0, 5), \left(\frac{5}{2}, 0\right), (3, -5) \right\}$ و $g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6)\}$ توابع $f - g, f + g$ و $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.



۹ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، دامنه و ضابطه توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست آورید.

۱۰ کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف اگر $g(4) = 7$ و $f(7) = 5$ آنگاه $(f \circ g)(4) = 35$.

ب اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f(x) = \sqrt{x}$ آنگاه $(f \circ g)(5) = g(2)$.



۱۱) نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند، چقدر است؟

۱۲) نیمه عمر عنصری چهار روز و جرم اولیه یک نمونه از آن یک گرم است.
الف) جرم $m(t)$ را که پس از t روز باقی می‌ماند بیابید.
ب) طی چند روز، این جرم به ۰٫۰۱ گرم کاهش می‌یابد؟



۱۳) فرض کنید $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار دارد.

اکنون به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مقدار دقیق $\sin(\alpha + \beta)$ و $\cos(\alpha - \beta)$ چیست؟

ب) انتهای زاویه $\alpha + \beta$ در کدام ربع قرار می‌گیرد؟

۱۴) نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22,5^\circ$ به دست آورید.



۱۵) اگر α زاویه‌ای در ربع اول و β زاویه‌ای در ربع سوم باشد که $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ ، مقادیرهای $\sin(\alpha + \beta)$ ، $\cos(\alpha - \beta)$ و $\tan(\alpha + \beta)$ را تعیین کنید.

۱۶) مقدار حدهای زیر را بیابید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{6x - 2\pi}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1}$$



۱۷) مقدار حدهای زیر را بیابید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

۱۸) مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ x - 2a & x < 0 \end{cases}$$

در $x = 0$ پیوسته باشد.